LYCEE DE KOUMPENTOUM	**Classe : Seconde S**
Année Scolaire : 2022/2023	**Cellule : Maths**

SERIE N°1 : CALCUL DANS IR.

EXERCICE N°1

1. Calculer en présentant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible
$A = \frac{\frac{3}{2}-\frac{2}{5}}{4+\frac{2}{5}} : \frac{2}{1+\frac{1}{2-\frac{1}{2}}}$.
2. Simplifier les expressions suivantes :
$B = \frac{(0{,}009)^{-3}(0{,}016)^2\times 250}{(0{,}00075)^{-1}\times 810^3\times 30}$

$E = \sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}$; $F = \frac{\left(8^{n+1}+8^n\right)^2}{\left(4^n-4^{n+1}\right)^3}$;

$G = \frac{\sqrt{11+6\sqrt{2}}+\sqrt{3}-\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\sqrt{2}-\sqrt{7+2\sqrt{10}}}$

EXERCICE N°2

Démontrer que pour tout $a > b \geq 0$

$I)\quad \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a-b}} \qquad et \qquad II)\quad \left(\sqrt{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\sqrt{a-\sqrt{a^2-b^2}}\right)^2 = 2(a+b)$

EXERCICE N°3

1) On pose $A = \left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)$
   a) Quel est le signe de A? Calculer A^2.
   b) En déduire une écriture simple de A.
2) Soit $X = \sqrt{12-3\sqrt{7}}-\sqrt{12+3\sqrt{7}}$
   Déterminer le signe de X. Calculer X^2. En déduire une écriture simple de X.
3) Simplifier
   $Y = \sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2}}}\sqrt{2-\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

EXERCICE N°4

1. Mettre les nombres suivants sous la forme $\sqrt{x} \mp \sqrt{y}$ avec x et y des entiers naturels.
   $A = \sqrt{11+2\sqrt{30}}$ $\qquad B = \sqrt{8-4\sqrt{3}}$
2. Montrer que si $\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{5}$, alors $\left|\sqrt{\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{b}{a}}\right| = 1$
3. Soit $A(x) = (2x-\sqrt{3})^2 + 2(2x-\sqrt{3})(1+\sqrt{3}) + (1+\sqrt{3})^2$
   Résoudre l'équation $\sqrt{A(x)} - 7 = 0$

EXERCICE N°5

Factoriser les expressions suivantes :

4. $A = (4a^2+b^2-9)^2 - 16a^2b^2$
5. $B = (9x^2-12x+4) + (x-3)^2 - (2x+1)^2$
6. $C = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$
7. $D = a^4 - b^4 + 2ab(a^2-b^2) - (a^3-b^3) + ab^2 - a^2b$
8. $E = (x+y)^3 - x^3 - y^3$
9. $F = a^2(x^2+b^4) - b^2(x^2+a^4)$

EXERCICE N°6

Soient x et y deux réels

1. Développer $(y-x)(y^2+xy+x^2)$
2. Démontrer que : $y^2+xy+x^2 = (y+\frac{x}{2})^2 + \frac{3}{4}x^2$

EXERCICE N°7

1. Calculer le réel : $A = (a+b+c)^2$
2. Démontrer que : $\forall (a,b,c) \in IR^3$, $(a+b+c=0) \Longrightarrow (a^2+b^2+c^2 = -2(ab+bc+ac)$
3. On considère trois réels non nuls $a, b\ et\ c$. Démontrer les implications :
   i. $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0) \Longrightarrow ((a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2)$
   ii. $(a+b+c=0) \Longrightarrow \frac{1}{b^2+c^2-a^2}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+b^2-c^2}=0.$
   iii. $(ab+bc+ac=0) \Longrightarrow (S = \frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}+\frac{a+b}{c} = -3)$
4. Montrer que $B = \frac{4a^2-1}{(a-b)(a-c)}+\frac{4b^2-1}{(b-c)(b-a)}+\frac{4c^2-1}{(c-a)(c-b)} = 4$

EXERCICE N°8

10. Développer $D = (1-a)(1+a+a^2+a^3+a^4+a^5+a^6)$.
11. En déduire, pour $a \neq 1$ que : $1+a+a^2+a^3+a^4+a^5+a^6 = \frac{1-a^7}{1-a}$
12. Déduire de cela la valeur exacte de : $S = 1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}+\frac{32}{243}+\frac{64}{729}$.

EXERCICE N°9 Ecriture propre et impropre

1) On donnent $x = 0,01010101...$
On dit que les développements décimaux de x et y sont périodiques.
Montrer que $100x = 1 + x$. En déduire que $x = \frac{1}{99}$.

2) En utilisant le même type de raisonnement, montrer que 0,99999999... = 1
Information: Ce n'est pas une erreur ! On dit que 0,99999... est l'écriture impropre de 1.
Tout nombre décimal admet une écriture propre et une écriture impropre.

EXERCICE N°10

Résoudre dans IR les équations et inéquations suivantes:

1. $|3x-1| = -5$
2. $|3x-1| = 5$
3. $|3x^2-1| = 5$
4. $|(2x-1)^2-9| = 7$
5. $\left|\frac{2x+1}{x-1}\right| = \frac{5}{4}$
6. $|4x-2| = -x+2$
7. $|-x+3| = |2x-4|$
8. $|x+2|+|6-2x| = 13$
9. $|3x-1|+|x+1|-1 = 0$

Résoudre dans IR les inéquations suivantes:

1. $d(5;-x) \leq 4$
2. $|3-2x| < 4$
3. $|x+4| \leq 2x-6$
4. $|2x-8| \geq 12$
5. $|x+2| > 3x-5$

EXERCICE N°11

(1) Démontrer que pour tous réels positifs a, a', b, b', c et c' tels que $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$ on a :

$$\sqrt{aa'}+\sqrt{bb'}+\sqrt{cc'} = \sqrt{(a+b+c)(a'+b'+c')}$$

(2) Soit quatre entiers naturels consécutifs n ; n + 1 ; n +2 ; n + 3, avec n > 0.
   a. Démontrer que : (n + 1) (n + 2) = n (n + 3) + 2.
   b. On pose a = (n + 1) (n + 2).
   Exprimer en fonction de a le produit p = n (n + 1) (n + 2) (n + 3).

(3) En déduire que (P + 1) est le carré d'un entier.